



Ciência e Tecnologia
Ministério da Ciência e Tecnologia



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AMBIENTAL**

ALICE BARBOZA GOBIRA

MODELAGEM DO ESPALHAMENTO DE ÓLEO EM ÁGUAS RASAS

**VITÓRIA
JULHO/2008**

ALICE BARBOZA GOBIRA

MODELAGEM DO ESPALHAMENTO DE ÓLEO EM ÁGUAS RASAS

Projeto de graduação submetido ao Departamento de Engenharia Ambiental do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito para a obtenção do grau de Engenheira Ambiental.

Orientador: Prof. Julio Tomas Aquije Chacaltana, Dr.

Co-orientador: Maxsuel Marcos Rocha Pereira, Dr.

VITÓRIA

JULHO/2008

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida e força para enfrentar dificuldades.

Aos meus pais e aos meus irmãos e aos demais familiares e amigos pelo apoio e confiança.

Ao meu orientador, Prof. Julio Tomás Aquije Chacaltana, pelos ensinamentos, apoio, dedicação, atenção e amizade. Agradeço também ao meu co-orientador, Prof. Maxsuel Marcos Rocha Pereira, pelos ensinamentos e discussões sobre modelagem lagrangeana.

Aos colegas, do Laboratório de Escoamentos de Superfície Livre – LABESUL, pelos bons momentos de estudo e pela troca de informações.

Ao apoio dado pela Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP, Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP e Ministério da Ciência e Tecnologia – MCT por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás – PRH-ANP/MCT.

Minha gratidão a todos que direta ou indiretamente contribuíram no desenvolvimento desse trabalho.

RESUMO

Acidentes envolvendo o derramamento de óleo são os mais significantes na indústria do petróleo no Brasil. As regiões costeiras são de grande potencial de atividades envolvendo o petróleo e constituem em uma região de risco em relação aos derrames acidentais de óleo. Conhecer o comportamento hidrodinâmico dessas regiões e o comportamento de uma mancha de óleo nela derramado permite identificar a magnitude e abrangência do impacto, assim como pode auxiliar no dimensionamento e a elaboração prévia de planos de emergência para o caso de acidentes. Para isso faz-se necessário o uso de modelos computacionais descrevendo a hidrodinâmica e processos de dispersão de constituintes. Os modelos computacionais se dividem em modelos eulerianos e lagrangeanos, de acordo com a abordagem utilizada. A abordagem Euleriana descreve o que acontece em um ponto fixo ou uma determinada região do espaço ao longo do tempo, enquanto que a abordagem Lagrangeana descreve o comportamento de partículas discretas que se movem no espaço. Neste trabalho é apresentado o MEAR (Modelo de Equações de Águas Rasas) o qual usa a perspectiva de Euler para o estudo hidrodinâmico e a de Lagrange para a trajetória de partículas. O MEAR foi testado atendendo as recomendações apresentadas pela literatura e apresentando as vantagens referentes aos modelos lagrangeanos.

Palavras-chave: modelo lagrangeano, deslocamento aleatório, trajetória de partículas.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
2.1.	Modelagem de equação de águas rasas	3
2.2.	Modelagem lagrangeana de transporte de partículas.....	4
2.3.	Modelagem lagrangeana de espalhamento de óleo	5
3.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS E PRÁTICOS	7
3.1.	Equações de águas rasas	7
3.2.	Solução numérica	10
3.3.	Transporte de partículas.....	12
4.	METODOLOGIA	17
5.	RESULTADOS.....	22
6.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	26
7.	BIBLIOGRAFIA.....	27

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo da representação da reflexão de uma partícula no modelo de transporte.	16
Figura 2 – Grade do domínio computacional para o MEAR	17
Figura 3 – Exemplo de distribuição gaussiana bidimensional	20
Figura 4 – Bacia da segunda simulação do modelo MEAR	21
Figura 5 – Distribuição das partículas em diferentes instantes da simulação de teste	22
Figura 6 - Distribuição de probabilidades em função do número de partículas por célula	24
Figura 7 – Distribuição final das partículas da simulação	25

1. INTRODUÇÃO

O petróleo consiste atualmente em um dos mais importantes produtos existentes, uma vez que é a fonte de energia mais utilizada no mundo devido a sua facilidade de transporte e custo consideravelmente baixo. Além disso, o petróleo está ligado a diversos produtos e processos industriais. São poucos os produtos ou serviços consumidos ou realizados que não tenham uma demanda direta ou indireta por algum dos derivados do petróleo.

Apesar de o petróleo ser de grande importância no cenário mundial, o mesmo é composto por diversos tóxicos que se dispostos de maneira inadequada pode provocar danos ao ambiente e a diversas atividades humanas. Dessa forma as atividades desenvolvidas na sua extração, produção e transporte podem produzir grandes riscos ambientais. No Brasil, o maior volume da produção de petróleo é oriundo dos oceanos, caracterizando os derrames de óleo no mar como o impacto de maior relevância da indústria petrolífera. Os derrames acidentais também podem ser provocados por qualquer outra embarcação uma vez que se utiliza de um derivado do petróleo como combustível.

Derramamentos de óleo impactam tanto as atividades humanas, sejam econômicas ou sociais, quanto à vida das comunidades aquáticas e costeiras e o meio físico. As regiões de águas rasas são de grande potencial de atividades da indústria petrolífera tais como as movimentações portuárias de carga e descarga de óleo bruto, caracterizando a mesma como uma região de risco em relação aos derrames acidentais e onde o impacto pode ser significativamente maior.

Diante desse cenário, os modelos computacionais assumem papel indispensável como ferramentas no gerenciamento de corpos d'água e de riscos. Os modelos integram e extrapolam informações a partir de medições e descrevem a hidrodinâmica e processos de dispersão de constituintes, minimizando e otimizando as redes de monitoramento e permitindo a definição de estratégias de ação ou a simulação de alterações na geometria do sistema hídrico.

A aplicação de modelos a corpos de água naturais consiste na modelagem hidrodinâmica e do transporte de substâncias dissolvidas ou em suspensão. As equações que formam o modelo matemático para a representação destes fenômenos são formadas com base nos princípios de conservação de massa e quantidade de movimento da energia e da substância. Devido à complexidade dessas equações, muitas vezes a solução analítica só pode ser alcançada mediante simplificações que acabam por limitar a aplicação do modelo matemático. Para

situações mais complexas, a solução definitiva para o problema só pode ser obtida através de técnicas numéricas, em que as equações diferenciais que descrevem o escoamento e o transporte em domínios contínuos são transformadas em equações algébricas que descrevem estes fenômenos em domínios discretos. Com o advento dos computadores, a solução de modelos matemáticos de elevada complexidade tornou-se possível.

Para o desenvolvimento de modelos numéricos existem duas abordagens distintas para a solução do transporte de substâncias em corpos de água naturais. A abordagem Euleriana descreve o que acontece em um ponto fixo ou uma determinada região do espaço ao longo do tempo, enquanto que a abordagem Lagrangeana descreve o comportamento de partículas discretas que se movem no espaço. Estas duas abordagens para a solução do transporte diferenciam os tipos de modelos numéricos em modelos Eulerianos e modelos Lagrangeanos, sendo que os modelos Eulerianos são mais difundidos.

Os modelos lagrangeanos podem ser considerados aplicáveis aos estudos sobre o espalhamento de óleo assumindo-se que o óleo derramado pode ser representado por um conjunto de pequenas manchas, através dos traçadores lagrangeanos.

O presente trabalho objetiva apresentar um modelo computacional lagrangeano de trajetória de partículas em águas rasas. Serão utilizadas as duas perspectivas relacionadas ao escoamento de fluidos, a de Euler para o estudo hidrodinâmico e de Lagrange na modelagem do espalhamento de óleo.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Modelagem de equação de águas rasas

Os modelos de águas rasas, também conhecidos como modelos integrados na vertical são largamente utilizados na avaliação hidrodinâmica e no transporte de solutos em regiões costeiras, tais como estuários, baías. Dentre eles estão os modelos DIVAST, SisBAHIA e MIKE 21.

O DIVAST (*Depth Integrated Velocity and Solute Transport*) é do tipo bidimensional horizontal, descrito em linguagem FORTRAN 77. Essa modelagem numérica baseia-se nos princípios de conservação de massa e da quantidade de movimento. Segundo Falconer (1976), o modelo bi-dimensional é aplicável quando o escoamento é predominantemente horizontal com grande mistura vertical ou quando as variações verticais no escoamento são insignificantes.

As equações diferenciais que representam o movimento do fluido no DIVAST levam em consideração a rotação da terra, as tensões provocadas pelo vento, o atrito com o fundo e as tensões turbulentas de Reynolds.

Gaze (2004) estudou o tempo de residência da região pertencente à Baía do Espírito Santo através do modelo computacional DIVAST utilizando o método euleriano de curvas de passagem de soluto. Modelou-se o lançamento de soluto em vinte pontos selecionados e distribuídos no interior da área de estudo, sendo os mesmos monitorados por cinco pontos de controle (registro do movimento do soluto no tempo) postos na saída da Baía. Foi realizado um processamento para cada ponto de lançamento de soluto.

O SisBAHIA (Sistema Base de Hidrodinâmica Ambiental) foi desenvolvido na Área de Engenharia Costeira e Oceanográfica do Programa de Engenharia Oceânica da COPPE/UFRJ, possui um modelo hidrodinâmico da linhagem FIST (*Filtered in Space and Time*). A linhagem FIST representa um sistema composto por uma série de modelos hidrodinâmicos, nos quais a modelagem da turbulência é baseada nas técnicas de filtragem, semelhantes àquelas empregadas na Simulação de Grandes Vórtices (*LES – Large Eddy Simulation*). Para cada intervalo de tempo, o módulo 2DH determina as componentes das velocidades e as elevações da superfície livre.

O SisBAHIA foi utilizado por Leone (2007) para retratar mudanças causadas no campo de velocidades do Canal da Passagem no município de Vitória-ES devido a estreitamento provocado pela Ponte da Passagem. Para isso foram simulados dois diferentes cenários no

canal com e sem o estreitamento.

O DHI *Water & Environment Institute* (conhecido como *Danish Hydraulic Institute*), desenvolveu dois modelos hidrodinâmicos, um em diferenças finitas (Mike 21 HD) e outro em volumes finitos (Mike 21 HD FM).

Vargas et. al (2001) avaliaram a penetração das águas do rio Tubarão na lagoa Imarui e a influência do aterro no canal de Laranjeiras sobre a circulação d'água na mesma. Foram realizadas duas simulações com auxílio do modelo MIKE 21, uma com a situação atual do aterro existente e outra em que o aterro é removido.

2.2. Modelagem lagrangeana de transporte de partículas

A abordagem de trajetória de partículas teve seu início com estudos desenvolvidos por Taylor em 1921, no estudo da difusão a partir de uma fonte contínua de contaminantes. Essa idéia de representar o movimento da partícula em um campo de velocidade turbulenta por um processo de deslocamento aleatório remonta ainda ao estudo de Albert Einstein sobre movimento Browniano. Com computadores modernos, a velocidade computacional torna-se menos limitante permitindo a simulação de grandes quantidades de partículas, possibilitando assim, a aplicabilidade dessa teoria (SANTIAGO, 2007).

Pereira (2004) apresentou um estudo da dispersão de poluente atmosférico inerte, passivo liberado de forma contínua na superfície utilizando um modelo lagrangeano de partículas acoplado a um modelo de mesoescala com o objetivo de determinar os padrões de dispersão de curto e médio alcance na região de Iperó. Para isso classificou-se a equação de Langevin unidimensional, considerando-se quatro maneiras distintas de estimar as acelerações determinística ($a(w)$) e aleatória ($\Lambda(t)$): (a) linear-gaussiana; (b) linear-assimétrica; (c) não linear-gaussiana e (d) não linear-assimétrica.

De acordo com o trabalho, as equações para os casos (a) e (b) estão disponíveis na literatura, enquanto a equação para o caso (c) representa uma nova formulação para a equação de Langevin. Nesta formulação, a dispersão vertical é representada assumindo-se turbulência não homogênea na vertical e estacionária, e que existe variação de densidade do ar com a altura. O desempenho dos modelos lagrangeanos de partículas foram comparados com modelos e experimentos apresentados pela literatura. Parâmetros estatísticos indicam uma equivalência no desempenho destes quatro modelos. As simulações numéricas mostram que o modelo lagrangeano de partícula não linear-gaussiano desenvolvido nesta tese descreve os principais padrões de dispersão de poluentes gerados pela topografia e ocupação do solo na região de

Iperó.

Andrade (2006) apresentou um modelo numérico em que a substância é transportada por um conjunto de nuvens Gaussianas originadas nos centros geométricos de células. O modelo foi aplicado a um corpo de água natural e se mostrou capaz de resolver problemas de difusão e advecção.

Santiago (2007) implementou um Modelo Lagrangeano de Partículas de Deslocamento Aleatório (MLPDA) para a modelagem da dispersão em águas rasas acoplado ao modelo hidrodinâmico DIVAST. Inicialmente o modelo DIVAST é utilizado na avaliação da hidrodinâmica induzida pela maré. A validação dos resultados do modelo DIVAST foi realizada pela comparação com dados experimentais de velocidade e com dados numéricos de elevação da superfície da água, já o MLPDA que se fundamenta nas equações de deslocamento aleatório foi validado a partir da simulação e comparação com experimentos numéricos sugeridos por Heemink (1995).

O MLPDA acoplado ao DIVAST foi aplicado para a região do canal de acesso ao Porto de Vitória para estudar as características dispersivas da região simulando os processos em pequena e grande escala.

Szinvelski (2004) desenvolveu uma solução semi-analítica para a equação de Langevin assintótica (Equação de Deslocamento Aleatório) aplicada à dispersão de poluentes na Camada Limite Convectiva (CLC). A avaliação do modelo foi realizada comparando-se dados de concentração medidos durante experimentos de dispersão e resultados obtidos por outros modelos.

Wolk (2003) apresentou um modelo lagrangeano de trajetória de partículas implementado a um modelo de transporte em estuários. Em um estudo de caso, o modelo lagrangeano foi utilizado para avaliar o tempo de residência em uma baía a partir de quatro simulações envolvendo a influência das maiores amplitudes de marés.

2.3. Modelagem lagrangeana de espalhamento de óleo

Soto (2003) utilizou o modelo hidrodinâmico SisBAHIA e o modelo de decaimento do óleo ADIOS2 na baía Antonina-Paranaguá para posterior estudo em um derrame hipotético de 200 m³ em três cenários hidrodinâmicos, considerando como forçantes o vento, a maré e vazões dos rios Nhundiaquara e Cachoeira, para a quantificação da dimensão, espessura, tempo e sentido de deslocamento da pluma. Também é apresentado o decaimento da massa de óleo no transcurso de cinco dias com e sem a ação do vento.

O modelo MOHID foi aplicado por Fernandes (2001) em testes com diferentes óleos, volumes e condições ambientais e a um acidente ocorrido em Julho de 1989, no Porto de Sines, Portugal. Estima-se que nesse acidente foram derramadas cerca de 4500 toneladas de hidrocarbonetos.

O MOHID é composto pelos módulos hidrodinâmico, lagrangeano e do petróleo no qual são utilizados métodos para a previsão de alguns processos de envelhecimento do óleo, como o espalhamento, evaporação, dispersão e emulsificação do óleo.

Para o espalhamento, realizaram-se duas abordagens diferentes: uma com base no cálculo de velocidades aleatórias com coeficientes de difusão, e outra abordagem que assume como força motriz o gradiente de espessura, calculado nas faces das células. Embora ambos os métodos forneçam espalhamentos relativamente semelhantes, a primeira abordagem utilizada concentra mais as partículas no centro da mancha.

Um modelo lagrangeano de transporte de manchas de óleo baseado na movimentação de partículas foi criado para simular eventuais derrames durante o verão em diferentes pontos na Bacia de Pelotas. (ALVES, 2006)

O modelo de óleo foi forçado com ventos e correntes de um modelo hidrodinâmico 3-D (Princeton Ocean Model - POM). O modelo hidrodinâmico foi forçado com vento, marés e saídas do modelo oceânico global OCCAM. A partir dos resultados obtidos, foi analisada a magnitude das forçantes vento e corrente no transporte de um óleo desconsiderando a dispersão vertical e a horizontal turbulenta do óleo. Foram gerados cenários probabilísticos da trajetória das manchas nos dez dias iniciais e também cenários do destino final das manchas determinando as áreas mais suscetíveis à contaminação em caso de acidente.

Martínez (1999) cita que método euleriano usado para calcular o espalhamento de óleo pode apresentar bons resultados em regiões de mar aberto, no entanto não é possível estimar a trajetória de partículas em regiões de campo de velocidades não uniformes próximos às zonas costeiras e sob influência de rios. Sendo assim, o autor utilizou um algoritmo de trajetória de partículas para modelar o espalhamento de um derrame de óleo e verificou em testes que o método euleriano também introduz dispersão numérica levando a superestimação de áreas de derrame. Foi elaborado um algoritmo para a simulação de um acidente ocorrido no Golfo da Venezuela em 1977.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS E PRÁTICOS

Neste capítulo serão apresentadas as equações de águas rasas bem como o esquema de sua solução numérica.

3.1. Equações de águas rasas

As equações de águas rasas são um conjunto de equações que descrevem o movimento de um fluido com superfície livre e são originadas a partir de simplificações das equações de Navier-Stokes. As equações de Navier-Stokes descrevem o movimento de um fluido e é composta pela equação de conservação da massa também chamada de equação da continuidade (1), e da equação da conservação quantidade de movimento (2):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial \rho}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\rho g - \frac{\partial \rho}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Onde,

g é a aceleração devido à gravidade

ρ é a massa específica do fluido

μ é a viscosidade do fluido.

Em regiões costeiras, os movimentos horizontais possuem escala espacial muito superior à profundidade, permitindo a adoção de hipóteses a fim de simplificar as equações que descrevem o seu movimento. A hipótese de onda longa desconsidera os efeitos que a onda induz na coluna vertical, uma vez que a aceleração induzida é praticamente nula e não seria capaz de superar aceleração produzida pela gravidade. Já a hipótese hidrostática admite que a pressão é função apenas da profundidade e do gradiente de densidade. Sendo assim, o movimento predominante das massas de água se dá na horizontal, enquanto os movimentos verticais são desprezíveis.

As equações (1) e (2) integradas na vertical, considerando as condições de contorno

cinemática e dinâmica de superfície da água e fundo resultam nas equações de águas rasas:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(UH) + \frac{\partial}{\partial y}(VH) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(HU) + \beta \frac{\partial}{\partial x}(HUU) + \beta \frac{\partial}{\partial y}(HUV) = -Hg \frac{\partial \eta}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2(HU)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(HU)}{\partial x^2} \right) + \frac{(\tau_y|_{\eta} - \tau_y|_h)}{\rho} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(HV) + \beta \frac{\partial}{\partial x}(HVV) + \beta \frac{\partial}{\partial y}(HVU) = -Hg \frac{\partial \eta}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2(HV)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(HV)}{\partial y^2} \right) + \frac{(\tau_x|_{\eta} - \tau_x|_h)}{\rho}$$

Onde,

$$H = \eta + h$$

η é a elevação da superfície da água.

h representa a profundidade medida a partir do nível médio da água, e é função apenas do espaço.

τ tensões de cisalhamento produzidas na superfície e no fundo

O sistema composto pelas equações (3) e (4) tem como incógnitas as componentes da velocidade U e V e η e não possui solução analítica. Além disso, o sistema encontra-se na forma não linear o que dificulta mais ainda a solução analítica e também assim como a solução numérica, no entanto a partir de considerações adicionais pode-se obter uma forma linearizada possibilitando uma solução.

Considerando que U e V e η são valores pequenos, o produto de qualquer par dessas variáveis será muito menor e as equações (3) e (4) podem ser reescritas:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(hU)}{\partial x} + \frac{\partial(hV)}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hU) = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial(hU)}{\partial y} + \frac{\partial(hV)}{\partial x} \right) + \frac{(\tau_x|_{\eta} - \tau_x|_h)}{\rho} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hV) = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} + \nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial(hV)}{\partial x} + \frac{\partial(hU)}{\partial y} \right) + \frac{(\tau_y|_{\eta} - \tau_y|_h)}{\rho}$$

As equações (5) e (6) representam a forma linearizada das equações de águas rasas. Para simplificar a equação (6), assume-se que a fricção interna é muito pequena quando comparada

aos outros termos da equação e obtém-se a equação para o movimento do fluido sem fricção interna.

$$\frac{\partial hU}{\partial t} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\tau_{zx}^h}{\rho} \quad (7)$$

$$\frac{\partial hV}{\partial t} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\tau_{zy}^h}{\rho} \quad (8)$$

Para eliminar hU e hV da equação deriva-se as equações (7) e (8) em relação a x e y respectivamente, obtendo as equações:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial hU}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{zx}^h}{\rho} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial hV}{\partial y} \right) = -\frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_{zy}^h}{\rho} \right) \quad (10)$$

Onde $c^2 = gh$.

Somando as equações (9) e (10):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial hU}{\partial x} + \frac{\partial hV}{\partial y} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau_{zx}^h}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{zy}^h}{\rho} \right) \quad (11)$$

e fazendo uso da equação de conservação da massa (5):

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau_{zx}^h}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau_{zy}^h}{\rho} \right) \quad (12)$$

$$\vec{\tau}_b = \left(\frac{\tau_{zx}^h}{\rho}, \frac{\tau_{zy}^h}{\rho} \right) = k(hU, hV) \quad (13)$$

Sendo k o coeficiente de fricção com o fundo dado por:

$$k = \frac{f}{h} \left(\frac{\sqrt{U_{\max}^2 + V_{\max}^2}}{3\pi} \right) \quad (14)$$

Onde

U_{\max} é a magnitude máxima de U ;

V_{\max} é a magnitude máxima de V ;

f é o coeficiente de Chézy.

Com isso a equação (12) pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + k \left(\frac{\partial hU}{\partial x} + \frac{\partial hV}{\partial y} \right) \quad (15)$$

e, igualmente usando a equação da conservação da massa (5) obtemos a forma linear da equação de águas rasas:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + k \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (16)$$

A equação (16) é uma equação para uma incógnita, no caso a elevação da superfície da água. Solucionando η podemos usar seus valores para calcular as velocidades induzidas adicionando as equações (7) e (8) com auxílio das equações (13) e (14).

3.2. Solução numérica

A solução numérica da equação (16) é feita pelo método das diferenças finitas a partir da discretização de cada termo. Os termos discretizados para um esquema explícito de solução são apresentados a seguir. O esquema explícito é aquele para o qual somente um termo desconhecido aparece na equação de diferença de modo que permite a avaliação em termos das quantidades conhecidas (TANNEHILL, ANDERSON, PLETCHER, 1997). O termo desconhecido aqui é representado pelo índice $n+1$ e os conhecidos por n e $n-1$.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{i,j}^n = \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - 2\eta_{i,j}^n + \eta_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{i,j}^n = \frac{\eta_{i,j}^n - \eta_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} \quad (18)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right]_{i,j}^n = \frac{1}{\Delta x^2} \left\{ c_{i,j}^n (\eta_{i+1,j}^n - \eta_{i,j}^n) - c_{i-1,j}^n (\eta_{i,j}^n - \eta_{i-1,j}^n) \right\} \quad (19)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right]_{i,j}^n = \frac{1}{\Delta y^2} \left\{ c_{i,j}^n (\eta_{i,j+1}^n - \eta_{i,j}^n) - c_{i,j-1}^n (\eta_{i,j}^n - \eta_{i,j-1}^n) \right\} \quad (20)$$

Para uma solução numérica a partir do esquema explícito para problemas transientes deve-se considerar o conceito de estabilidade. Um esquema estável é aquele para o qual erros de qualquer fonte (arredondamentos, truncamentos, aproximações) não crescem na seqüência de

procedimentos numéricos como os procedimentos de cálculos de um passo transiente para o outro (TANNEHILL, ANDERSON, PLETCHER, 1997). O critério de estabilidade relaciona o tamanho do passo de tempo Δt e o tamanho do espaçamento da grade Δx e Δy .

Algumas vezes, a instabilidade pode ser identificada como uma implausibilidade física. Ou seja, condições que resultariam em um procedimento numérico instável, também implicariam em uma modelagem inaceitável dos processos físicos. De acordo com Tannehill, Anderson e Pletcher (1997) a estabilidade é muito sutil e geralmente trabalhosa para ser estabelecida analiticamente.

Utilizando a análise de Fourier ou von Neumann foi obtida expressão para o erro em um determinado passo de tempo para $\Delta x = \Delta y$:

$$G = 2 + 4r \left[-\text{sen}^2\left(\frac{l\Delta x}{2}\right) - \text{sen}^2\left(\frac{m\Delta x}{2}\right) \right] - \frac{1}{G} \quad (21)$$

em que G representa o tamanho do erro e $r = c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2}$.

A condição de estabilidade para um esquema explícito, $r = c^2 \Delta t^2 / \Delta x^2$, é atingida quando $G \leq 1$.

Já os esquemas implícitos são os mais recomendáveis para a solução numérica da equação, já que nesses esquemas, os termos das derivadas espaciais são avaliados no nível de tempo $n+1$, indicando que a formulação algébrica necessitaria de soluções simultâneas de várias equações algébricas envolvendo os termos desconhecidos.

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{I,J}^n = \frac{\eta_{I,J}^{n+1} - 2\eta_{I,J}^n - \eta_{I,J}^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{I,J}^n = \frac{\eta_{I,J}^n - \eta_{I,J}^{n-1}}{\Delta t} \quad (23)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right]_{I,J}^{n+1} = \frac{1}{\Delta x^2} \{ c_{I,J}^{n+1} (\eta_{I+1,J}^{n+1} - \eta_{I,J}^{n+1}) - c_{I-1,J}^{n+1} (\eta_{I,J}^{n+1} - \eta_{I-1,J}^{n+1}) \} \quad (24)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right]_{I,J}^{n+1} = \frac{1}{\Delta y^2} \{ c_{I,J}^{n+1} (\eta_{I,J+1}^{n+1} - \eta_{I,J}^{n+1}) - c_{I,J-1}^{n+1} (\eta_{I,J}^{n+1} - \eta_{I,J-1}^{n+1}) \} \quad (25)$$

Diferentemente dos esquemas explícitos, nos esquemas implícitos a estabilidade é garantida,

os erros não apresentam crescimento a cada passo de tempo, não havendo necessidade de se adotar um critério de estabilidade.

3.3. Transporte de partículas

A avaliação do comportamento de um fluido a partir de uma abordagem Lagrangeana, acompanha o volume de controle em deslocamento, representado por partículas fluidas. Na abordagem Euleriana os parâmetros são avaliados para cada posição fixa no domínio fluido enquanto na abordagem Lagrangeana avalia-se os parâmetros por partícula inclusive a sua posição. Dessa forma ao contrário dos modelos eulerianos, os modelos Lagrangeanos não dependem de uma malha para representar todo domínio.

Nos modelos Lagrangeanos, a evolução temporal e espacial do poluente é obtida por meio da determinação da trajetória das partículas. Assim, a trajetória das partículas em um escoamento são consideradas individualmente, sendo advectadas e espalhadas (SANTIAGO, 2007).

As vantagens dos modelos Lagrangeanos sobre os modelos eulerianos, são listadas por Pereira(2004) e Andrade(2006):

- simplicidade computacional;
- não necessitam de grade numérica;
- apresentam igual capacidade de estimar a difusão próxima (*near field*) e afastada (*far field*) da fonte;
- necessitam somente de informações das propriedades estatísticas do escoamento;
- são capazes de lidar com emissões do tipo instantânea, contínua e variável, emitidas de fontes do tipo pontual, linha e área;
- não são produzidas oscilações numéricas nem concentrações negativas;
- não há perda de massa e não há a necessidade de introduzir difusão numérica para minimizar essas oscilações;
- fortes gradientes de concentração são resolvidos com acurácia, principalmente em regiões próximas à fonte;

Dentre as limitações dos MLPs estão a dificuldade de representar reações químicas em termos de distribuição de partículas, tratamento de condições de contorno e demanda por esforço computacional em simular um grande número de partículas.

Dentre as desvantagens associadas aos modelos Lagrangeanos Andrade (2006) destaca a dificuldade na representação das condições de contorno. Em contornos fechados a condição de fluxo nulo $\left(\frac{\partial C}{\partial x} = 0\right)$ através das fronteiras é representada através da reflexão total da partícula e dependendo da complexidade da geometria do domínio, existe a dificuldade em se representar adequadamente esta reflexão, exigindo grande complexidade em sua implementação.

Há também problemas no cálculo da concentração, podendo ocorrer valores artificialmente altos por haver a aproximação partículas, como é o caso de acúmulo em regiões de convergência, e quando estes passam de lugares fundos para lugares rasos. Neste caso, a mudança na profundidade pode alterar o volume de influência dos mesmos e, conseqüentemente, a concentração (ANDRADE, 2006).

Nos Modelos Lagrangeanos de Partículas (MLPs) ou Modelos Estocásticos Lagrangeanos, o movimento da partícula em um escoamento turbulento é análogo ao movimento Browniano. O deslocamento das partículas é descrito a partir de uma parcela determinística que representa a advecção e uma parcela aleatória representativa da difusão turbulenta. Os MLPs se dividem em modelos baseados na solução da equação de Langevin, ou na equação de deslocamento aleatório (RODEAN, 1996, apud PEREIRA, 2004). A equação de Langevin pode ser utilizada para descrever a velocidade e posição das partículas em um escoamento turbulento devido a sua analogia ao movimento browniano.

No movimento browniano, as moléculas de um fluido estão em constante movimento e colidindo umas com as outras. Por analogia, o movimento de partículas pela difusão turbulenta consiste de uma série de passos aleatórios que pode ser estudado estatisticamente. Quando tratada em termos estatísticos, a descrição matemática do problema é baseada em uma distribuição de probabilidade da posição das partículas. Desta forma, cada partícula é tratada independentemente uma da outra, não havendo correlação entre elas. Tal movimento pode ser descrito matematicamente para o caso bidimensional como (BRICKMAN, SMITH, 2002):

$$du_i = a_i(x, u, t)dt + b_{ij}(x, u, t)dW_j(t) \quad (26)$$

$$dx_i = u_i dt \quad (27)$$

em que $a_i(x, t)dt$ é o termo determinístico chamado de termo *drift* e $b_{ij}(x, t)dW_j(t)$ é o termo

estocástico que representa a difusão turbulenta. O termo $dW_j(t) = \xi_j dt$ é um processo incremental de Wiener, onde ξ_j é um ruído branco.

A equação de Fokker-Planck associada à equação de Langevin é dada por:

$$\frac{\partial P_E}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (a_i P_E) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\frac{1}{2} b_{ij} b_{jk} P_E \right) \quad (28)$$

onde P_E é a função de probabilidade euleriana, $a_i = a(x, t)$ e $b_{ij} = b_{ij}(x, t)$.

Para determinar o termo a_i da equação (26) é necessário impor a condição de boa mistura, em que a trajetória das partículas do soluto, inicialmente bem misturadas em um escoamento, devem assim permanecer, de forma que a distribuição de probabilidade lagrangeana da posição da partícula, $P_L(x, t)$, permaneça a mesma do escoamento, $P_E(x, t)$. Como consequência, as partículas têm que ter os mesmos momentos estatísticos da posição, velocidade, e as mesmas covariâncias do escoamento. Da equação de transporte de solutos tem-se (FISCHER ET AL., 1979):

$$\begin{aligned} \frac{\partial(CH)}{\partial t} + \frac{\partial(UCH)}{\partial x} + \frac{\partial(VCH)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(HD_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + HD_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(HD_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + HD_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

sendo $C(x, y, t)$ a concentração média, U e V as velocidades médias nas direções x e y , respectivamente, H a profundidade da água medida a partir do nível médio do mar e $D_{xx}(x, y, t)$, $D_{yy}(x, y, t)$, $D_{xy}(x, y, t)$ e $D_{yx}(x, y, t)$ coeficientes de dispersão-difusão.

A equação de transporte de solutos pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(CH)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{D_{xx}}{H} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial D_{xx}}{\partial x} + \frac{D_{xy}}{H} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial D_{xy}}{\partial y} + U \right) CH \right] \\ &- \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{D_{yy}}{H} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial D_{yy}}{\partial y} + \frac{D_{yx}}{H} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial D_{yx}}{\partial x} + V \right) CH \right] \\ &+ \frac{\partial^2}{\partial x^2} (D_{xx} CH) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (D_{yy} CH) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (D_{xy} CH) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (D_{yx} CH) \end{aligned} \quad (30)$$

As equações (28) e (30) são equivalentes, e comparando seus termos temos que:

$$a_i = \begin{bmatrix} \frac{D_{xx}}{H} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial D_{xx}}{\partial x} + \frac{D_{xy}}{H} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial D_{xy}}{\partial y} + U \\ \frac{D_{yy}}{H} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial D_{yy}}{\partial y} + \frac{D_{yx}}{H} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial D_{yx}}{\partial x} + V \end{bmatrix}; \quad (31)$$

$$P_E = P_L = P = CH \quad (32)$$

$$\frac{1}{2} \mathbf{B}\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{bmatrix} \quad (33).$$

Considerando o escoamento alinhado com o sistema coordenado (ou inversamente se o sistema coordenado é alinhado ao escoamento), então os termos cruzados podem ser negligenciados, de forma que a equação (33) toma a forma:

$$\frac{1}{2} \mathbf{B}\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} D_{xx} & 0 \\ 0 & D_{yy} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Portanto, pela condição de boa mistura, os modelos lagrangeanos de partículas de deslocamento aleatório utilizam para o cálculo de trajetórias de partículas as propriedades estatísticas eulerianas do escoamento, as quais podem ser determinadas por meio de relações empíricas ou por modelos de fechamento de 2.^a ordem (RODI, 1993; OLIVEIRA, 2003).

Substituindo as equações (31) e (34) na equação (26) e o resultado na equação (27), obtém-se:

$$\begin{aligned} dx &= \left[U + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} (D_{xx} H) \right] dt + \sqrt{2D_{xx}} dW_x(t); \\ dy &= \left[V + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} (D_{yy} H) \right] dt + \sqrt{2D_{yy}} dW_y(t). \end{aligned} \quad (35)$$

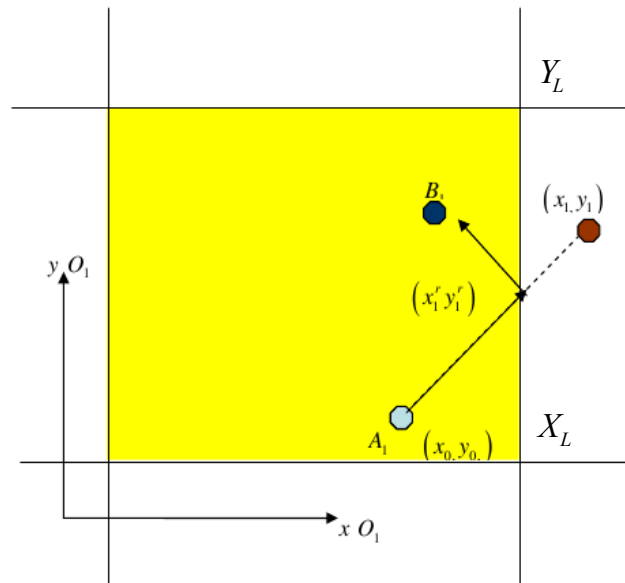
O fundamento determinístico da equação de deslocamento aleatório é escrito em termos do coeficiente de difusão e da velocidade que por sua vez é determinado por um modelo hidrodinâmico, neste caso o MEAR, implicando numa relação lagrangeana com a euleriana.

As hipóteses e restrições assumidas para se determinar a trajetória das partículas no escoamento são:

- (a) As partículas são consideradas inertes, não sendo removidas e nem depositadas ao longo de sua trajetória;
- (b) as partículas são consideradas passivas, possuindo o mesmo comportamento de um elemento de fluido no escoamento;

(c) a difusão molecular é desprezível em comparação com a difusão turbulenta.

Nos modelos lagrangeanos as condições de fronteiras podem ser de absorção ou de reflexão perfeita. Na condição de absorção as partículas ao atingirem os contornos saem dos cálculos computacionais seguintes, ou seja, são absorvidos pelo contorno, enquanto na condição de reflexão perfeita ao atingir a terra, a partícula toma uma nova posição dentro do domínio. A Figura 1 apresenta um exemplo de reflexão perfeita de uma partícula.



$$x'_i = 2X_L - x_i \quad y'_i = 2Y_L - y_i$$

Figura 1 – Exemplo da representação da reflexão de uma partícula no modelo de transporte.

4. METODOLOGIA

As equações de águas rasas e do transporte de partículas foram implementadas em linguagem Fortran 90 formando o Modelo de Equações de Águas Rasas - MEAR.

No modelo MEAR, a grade computacional que representa o domínio fluido é lida em um arquivo texto onde que cada célula da malha é representada por um algarismo, sendo 0 (zero) para célula em terra, e 1 (um), para célula da malha em água. A partir dessa malha, o programa de pré-processamento SECOS gera uma nova chave representando o domínio computacional onde os valores 1 das células vizinhas dos valores 0 terra são substituídos por valores de 2 a 9 identificando a condição de contorno a ser imposta, ver Figura 2 e informa . o número de condições de contorno existentes na malha computacional. As elevações da superfície são avaliadas no centro de cada célula enquanto as velocidades e profundidades são representadas nas extremidades das células formando uma grade conhecida como grade Arakawa-C. A Figura 2 apresenta uma simplificação do domínio computacional para o MEAR.

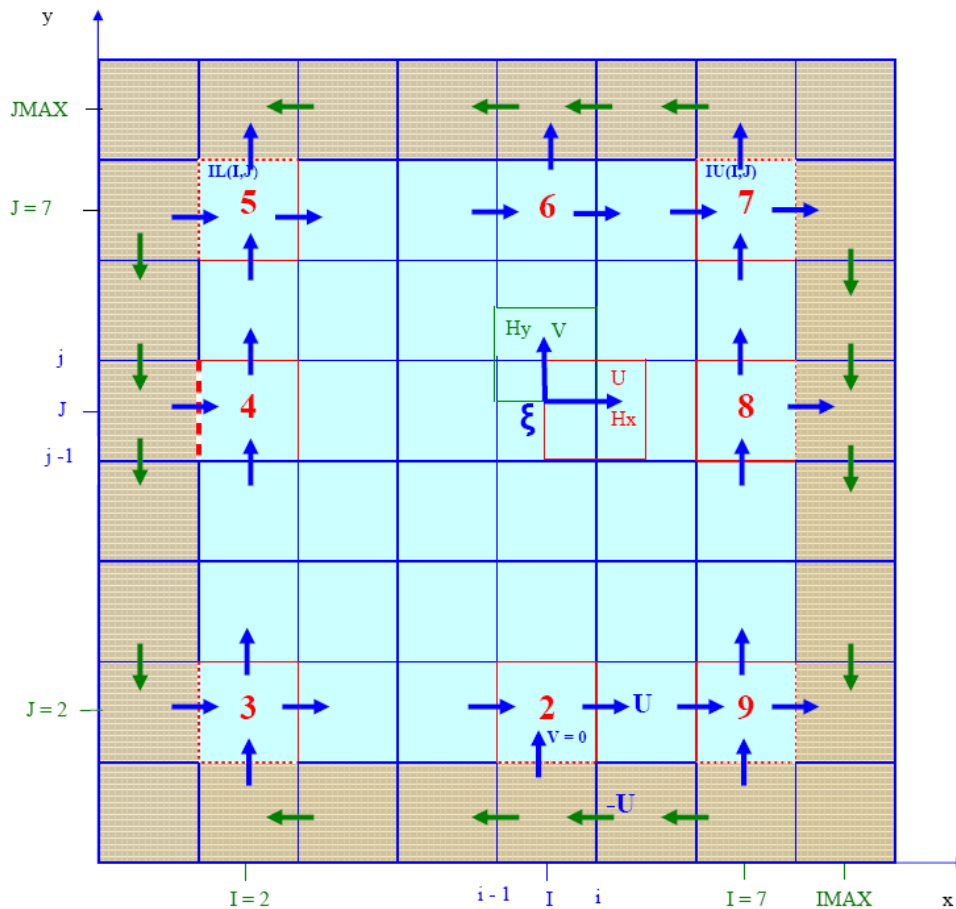


Figura 2 – Grade do domínio computacional para o MEAR

No arquivo de entrada do modelo MEAR são informados dados da grade, da onda incidente no domínio, rugosidade, os nomes dos arquivos de entrada e saída e dados para o modelo lagrangeano.

A seguir é apresentado o algoritmo do programa MEAR:

1. Leitura de arquivos de entrada: domínio fluido, profundidades e condições de contorno;
2. Aplicação das condições iniciais ($t=t_0$);
3. Enquanto $t \leq$ tempo de simulação:
 - a. Cálculo das elevações da superfície e campo de velocidades;
 - b. Cálculo do deslocamento das partículas:
 - i. achar a partícula no domínio computacional;
 - ii. determinar os valores de U , D_{xx} , D_{yy} , H e condição de contorno;
 - iii. gerar os números pseudo-aleatórios de ζ_x e ζ_y de distribuição gaussiana;
 - iv. calcular a nova posição da partícula;
 - v. verificar se a partícula está na terra ou fora do domínio;
 - se sim, refletir ou absorver a partícula;
 - c. Cálculo do novo passo de tempo;
4. Fim do algoritmo.

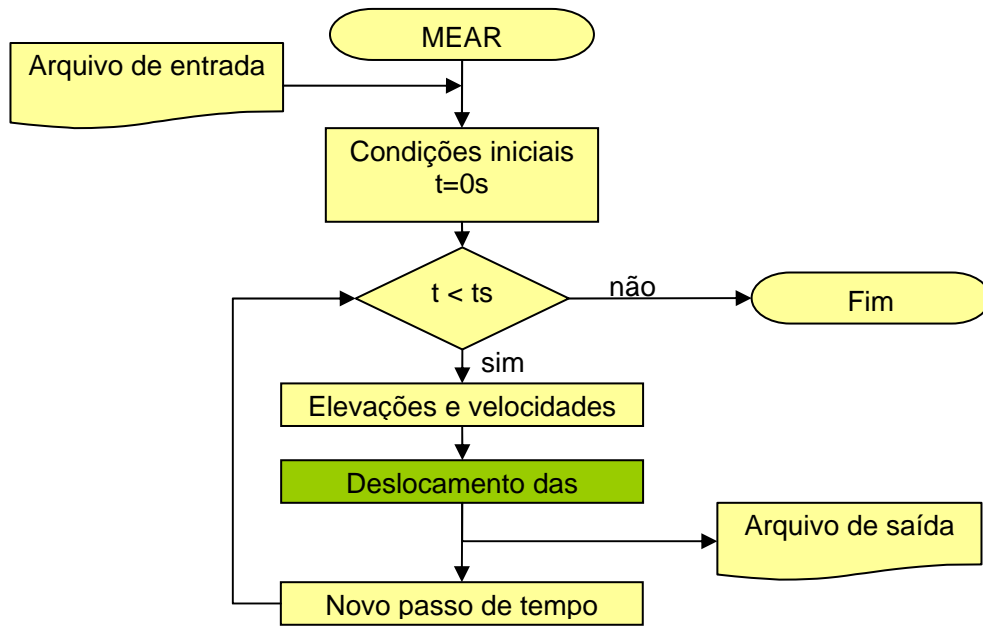


Figura 3 – Fluxograma do programa MEAR

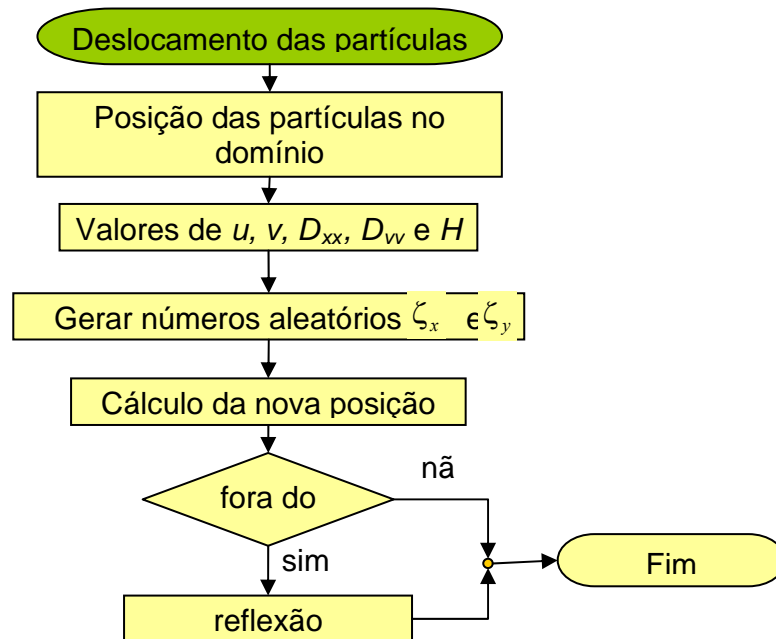


Figura 4 – Fluxograma do deslocamento de partículas

As saídas do MEAR são visualizadas em forma de animação por rotinas implementadas em Matlab®.

Para verificar o comportamento do módulo de trajetória de partículas produzido incorporado ao MEAR, foi realizada uma simulação de deslocamento realizadas em um reservatório de 25 km×25 km, com espaçamento de grade de 2,5 km e profundidade uniforme igual a 10 metros (HEEMINK, 1990). Um total de 1.000 partículas são liberadas do centro do domínio instantaneamente, considerando a condição de reflexão perfeita com tempo total de simulação

é de 400 horas em 800 passos de tempo. Nesta simulação, toma-se o escoamento sem advecção, ou seja, somente difusivo, considerando-se uma distribuição gaussiana do coeficiente de difusão, sendo maior no centro do reservatório e diminuindo em direção às bordas, conforme a Figura 5. A equação a seguir descreve a distribuição gaussiana bidimensional:

$$G = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[\frac{-(x-x_0)^2 - (y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Sendo x_0 e y_0 as médias e σ o desvio padrão.

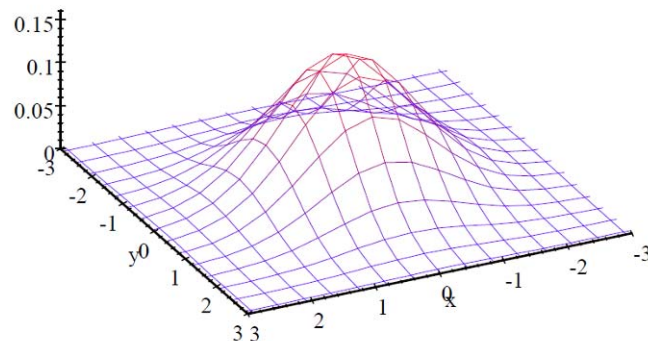


Figura 5 – Exemplo de distribuição gaussiana bidimensional

Por ser um processo aleatório, a simulação foi realizada 10 vezes para obter um comportamento representativo da experiência.

Ao término das simulações, conta-se o número médio de partículas por célula da malha, permitindo a construção do histograma de distribuição de partículas por célula, que deve ser dado pela distribuição de Poisson:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\alpha} \alpha^k}{k!},$$

onde $k=2, 3, 4, 5, \dots$, é o número de partículas na célula e o parâmetro α , é calculado como:

$$\alpha = (\text{n}^\circ \text{ total de partículas}) \times \frac{(\text{volume de uma célula do reservatório})}{(\text{volume total do reservatório})} = 10$$

A segunda simulação consiste na inclusão do movimento da água forçada por uma onda longa em um corpo costeiro hipotético representado pela Figura 6 com uma região aberta por onde entra uma onda de amplitude 0,4 m e período de 12,4 h e espaçamento de grade de 50 m. Nessa simulação foram lançadas 1000 partículas no ponto de coordenadas $x=500 \text{ m}$ e

$y = 750 \text{ m}$. O tempo simulado foi equivalente a 10 períodos da onda.

Os coeficientes de dispersão nessa simulação foram calculados de acordo com o campo de velocidades obtido, e o passo de tempo lagrangeano utilizado é cem vezes menor que o passo de tempo euleriano.

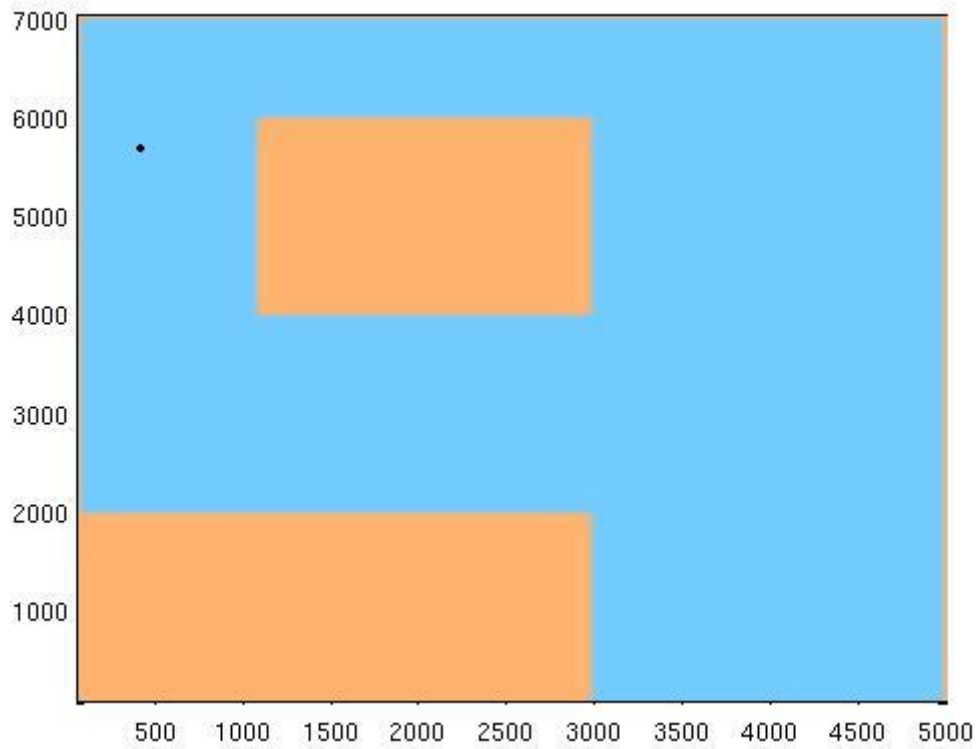


Figura 6 – Bacia da segunda simulação do modelo MEAR

5. RESULTADOS

Um resultado típico das 10 simulações realizadas do primeiro experimento é apresentado na Figura 7 para quatro diferentes instantes de tempo da simulação com um Δt igual a 30 min.

A distribuição de partículas no instante de tempo 800 Δt se dá após as partículas terem se espalhado pelo domínio e interagido diversas vezes com uma fronteira rígida.

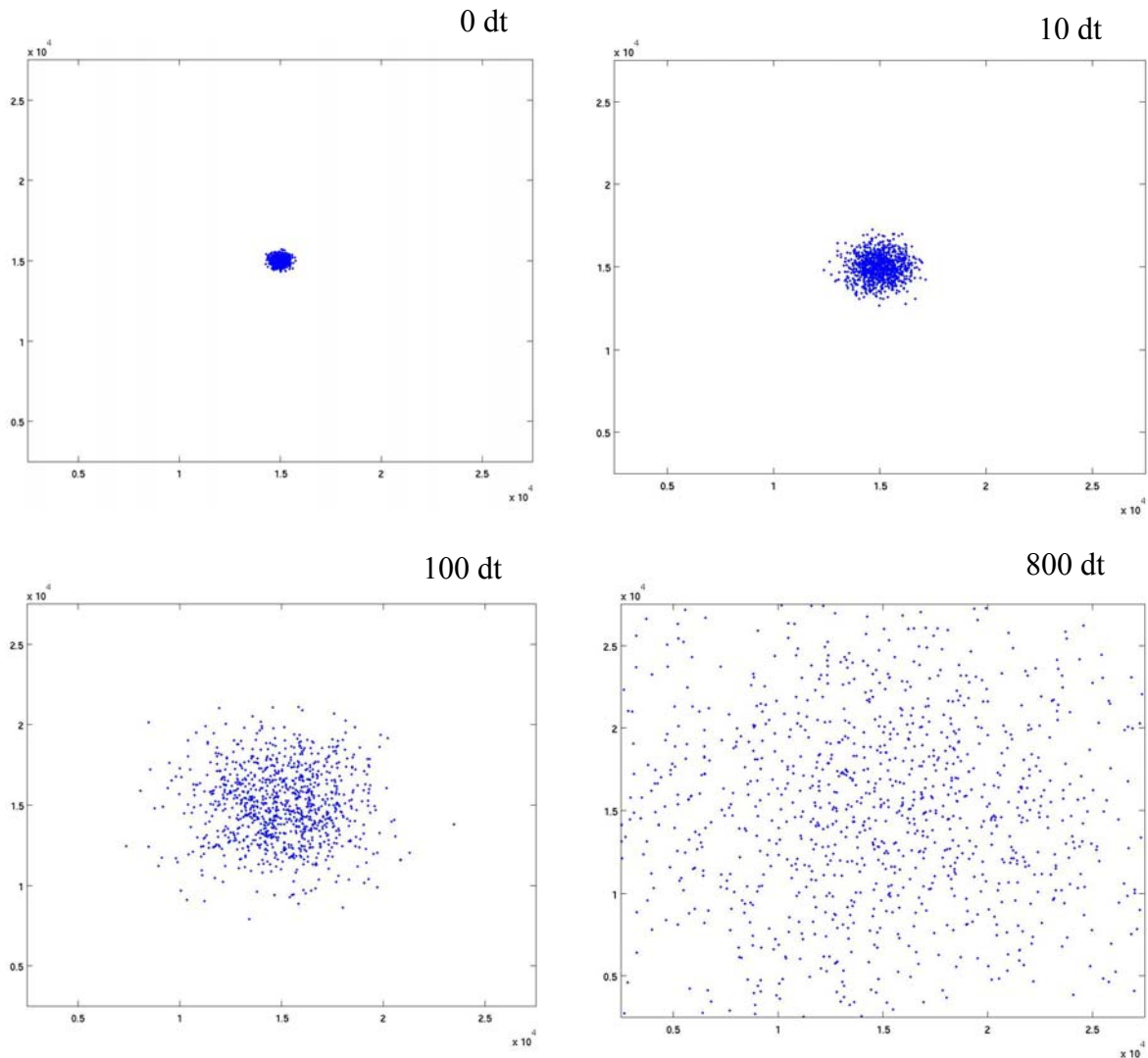


Figura 7 – Distribuição das partículas em diferentes instantes da simulação de teste

A distribuição de probabilidades para a ocorrência de n partículas em cada célula é dada pela distribuição de Poisson. Na Tabela 1 são mostrados os valores obtidos pelo presente trabalho, pela distribuição de Poisson e pelo modelo numérico de Heemink (1990).

Tabela 1 – Probabilidade de encontrar n partículas em uma célula ao fim da simulação comparadas a distribuição de Poisson e com o simulação realizado por Heemink (1990)

n	<i>Probabilidade de encontrar n partículas de acordo com a distribuição de Poisson</i>	<i>Freqüência de células com n partículas obtidas nas simulações</i>	<i>Freqüência de células com n partículas obtidas por Heemink</i>
2	0.00	0.01	-
3	0.01	0.02	-
4	0.02	0.04	0.04
5	0.04	0.05	0.03
6	0.06	0.08	0.09
7	0.09	0.08	0.06
8	0.11	0.10	0.12
9	0.13	0.12	0.13
10	0.13	0.09	0.13
11	0.11	0.09	0.09
12	0.09	0.08	0.07
13	0.07	0.09	0.09
14	0.05	0.05	0.04
15	0.03	0.03	0.05
16	0.02	0.02	0.04
17	0.01	0.02	0.01
18	0.01	0.01	0.01
19	0.00	0.01	-
20	0.00	0.01	-

A comparação dos resultados pode ser observada na Figura 8. Enquanto o pico de freqüência no presente modelo ocorre em 9 partículas, na distribuição de Poisson e nos resultados de Heemink ocorre entre 9 e 10 partículas por célula.

Ao fim das 10 simulações, puderam ser encontradas de 2 a 20 partículas em cada célula, enquanto Heemink encontrou entre 4 e 18.

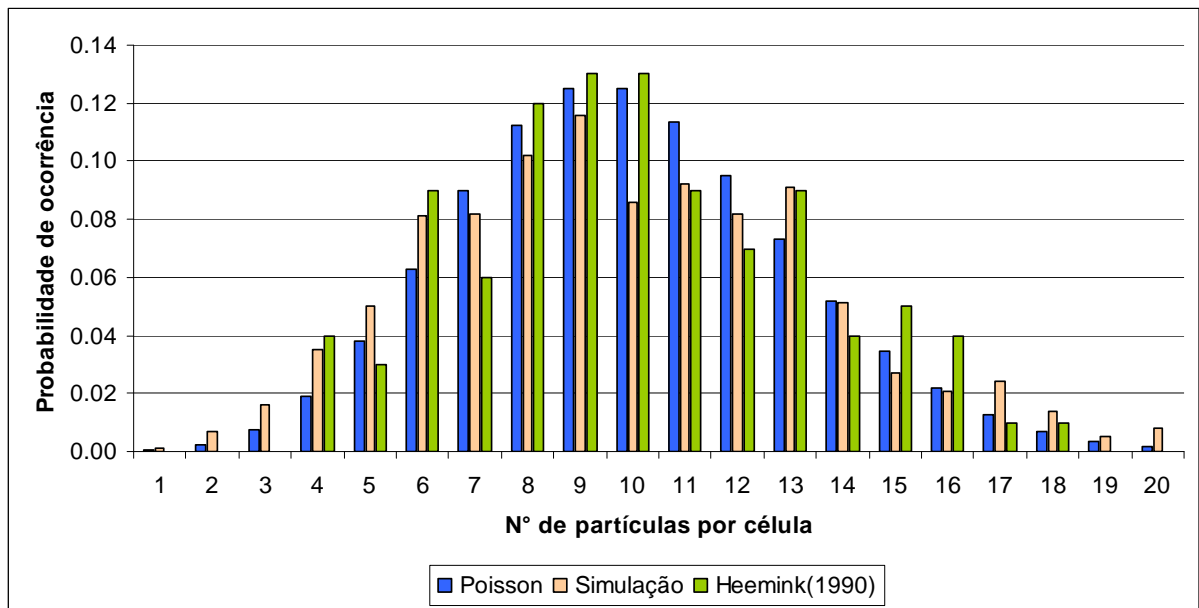


Figura 8 - Distribuição de probabilidades em função do número de partículas por célula

Uma possível explicação para a diferença encontrada, pode estar nos diferentes geradores de números aleatórios e dos coeficientes de dispersão utilizados. Uma vez que o modelo de trajetória de partículas é altamente dependente das propriedades estatísticas do escoamento.

Os resultados do segundo experimento foram observados em uma sequência de imagens. A Figura 9 apresenta a posição final das partículas para essa simulação. Pôde ser observado na sequência de imagens que após o lançamento das partículas o transporte devido à difusão é dominante e que em nenhum momento as partículas saíram do domínio fluido, indicando o bom funcionamento do algoritmo de reflexão implementado.

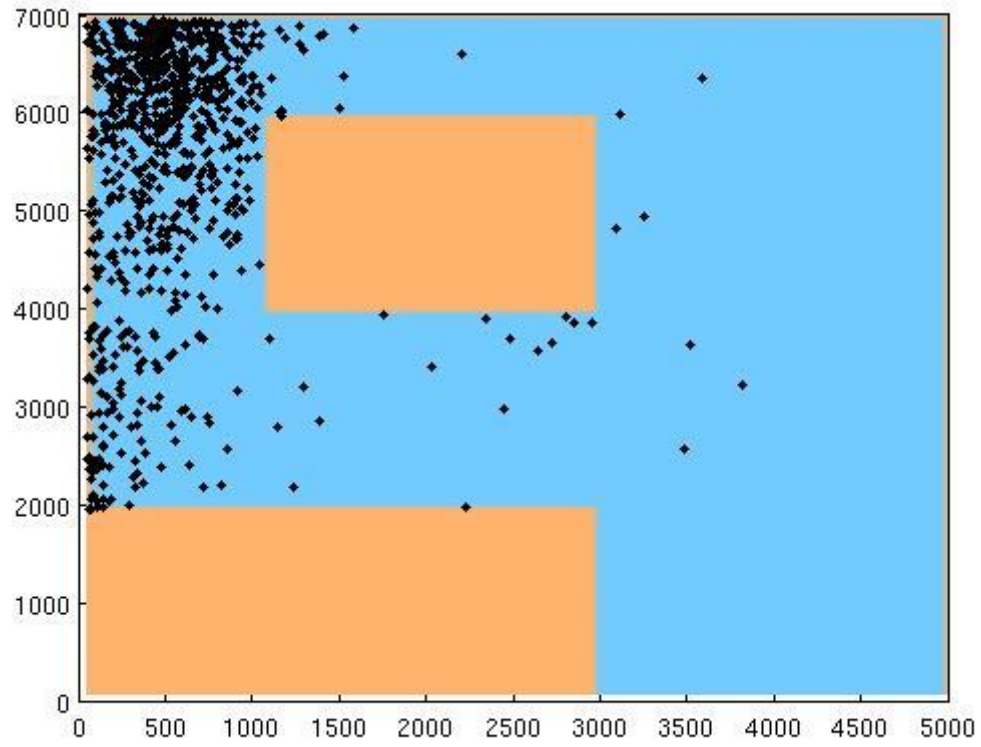


Figura 9 – Distribuição final das partículas da simulação

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho foi elaborado um modelo computacional lagrangeano de trajetória de partículas em águas rasas, sob a perspectiva de Euler para o estudo hidrodinâmico e a de Lagrange para a trajetória das partículas.

O modelo foi avaliado conforme experimentos numéricos apresentados pela literatura e os resultados obtidos se apresentaram favoráveis, mostrando que o MEAR atende as recomendações apresentadas pelas referências. Diante disso, o MEAR pode ser indicado à aplicação em uma bacia irregular ou uma área de estudo e sob a influência de forçantes hidrodinâmicas reais.

Nos resultados obtidos com o MEAR podemos observar que a reflexão, que é apresentado como uma das grandes dificuldades nos modelos lagrangeanos pela literatura, foi implementada com sucesso.

Uma das grandes vantagens dos modelos lagrangeanos que puderam ser observadas, é o fato da conservação da massa ser respeitada. Outro fator observado relativo ao modelo lagrangeano é a ausência de problemas com dispersão numérica.

O uso de modelos lagrangeanos é recente se comparado ao uso de modelos eulerianos e ainda são pouco utilizados, uma vez que para a representação do espalhamento de partículas pode demandar esforço computacional muito grande.

Para estudos posteriores com a utilização do modelo, recomenda-se testes com diferentes valores de espaçamentos da grade (Δx Δy) no tempo (Δt), considerando diferentes valores para o número de Courant, assim como número de partículas a fim de identificar os valores que possam produzir bons resultados com menor esforço computacional. É recomendável também a implementação de métodos que permitam o cálculo de concentração.

No que tange aos estudos sobre o espalhamento do óleo, recomenda-se a inclusão de processos de envelhecimento e a implementação de novas condições de contorno como a de absorção de partículas.

7. BIBLIOGRAFIA

- ALVES, F. N. A. **Estudo do transporte de manchas de óleo por um modelo lagrangeano de partículas na Bacia de Pelotas.** 2006, 161 f. Dissertação (Mestrado em Oceanografia Física Química e Geológica) - Fundação Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande, 2006.
- ANDRADE R. C. de, **Uma nova abordagem para a solução numérica de problemas de advecção e difusão multidimensional em corpos de água naturais.** 2006. 176 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Oceânica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.
- BRICKMAN, D. SMITH, P. C. Lagrangian stochastic modeling in coastal oceanography. **Journal of Atmospheric and Oceanic Technology**, v19, p. 83-90, 2002.
- FALCONER, R.A. **Mathematical Modelling of Jet-Forced Circulation in Reservoirs and Harbours.** 1976. Tese. Dept. of Civil Engineering of Imperial College, London.
- FERNANDES, R. **Modelação de derrames de hidrocarbonetos.** 2001. 51 f. Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa. Lisboa, 2001.
- FISCHER, H.B; LIST, J. E.; KOH, R. C. Y.; IMBERGER, J.; BROOKS, N. H. **Mixing in inland and coastal waters.** Academic Press, New York, 1979.
- GAZE, F.N. **Tempo de residência na baía do espírito santo.** ES. 2004. Dissertação (Graduação em Oceanografia) - Departamento de ecologia e recursos naturais, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.
- HEEMINK, A. W. On Random Walk Models with Space Varying Diffusivity. **Journal of Computational Physics**, v.119, p.388-389, 1995.
- HEEMINK, A. W. Stochastic Modelling of Dispersion in Shallow Water. **Stochastic Hydrology and Hydraulics**, v.4, p.161-174, 1990.
- LEONE, G. C. **Influência do estreitamento da Ponte da Passagem no campo de velocidades do Canal da Passagem, Vitória-ES.** ES. 2007. Dissertação (Graduação em Oceanografia) - Departamento de ecologia e recursos naturais, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

MARTÍNEZ, R. G; TOVAR H. F. Computer Modeling of Oil Spill Trajectories With a High Accuracy Method. **Spill Science & Technology Bulletin**, Great Britain. Vol. 5, p 323-330, 1999.

Meteorologia) - Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.

Modelo Lagrangiano de Partículas. 2004, 118 f. Tese (Doutorado em Ciências - Área:

PEREIRA, M. M. R. **Estudo do Transporte Local de Poluentes em Iperó por Meio de um**

RODEAN, H. C. **Notes on the Langevin Model for Turbulent Diffusion of 'Marked' Particles.** USA: National Technical Information Service (NTIS). 122 p., 1994.

RODEAN, H. C. Stochastic Lagrangian Models of Turbulent Diffusion. Boston, USA: Meteorological. **American Meteorological Society.** Monograph n.48, 84 p., 1996.

RODI, W. Turbulence Models and their Application in Hydraulics. A State-of-the-art review. Rotterdam. **International Association for Hydraulic Research.** Monograph, 104p., 1993.

SANTIAGO, D. I. **Aplicação de um Modelo Lagrangiano de Trajetória de Partículas para a modelagem da Dispersão em Águas Rasas e Simulação da Dispersão no Canal de Acesso ao Porto de Vitória.** 2007. 139f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Ambiental) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2007.

SOTO, Y. J. M. **A modelagem hidrodinâmica como apoio a tomada de decisão em caso de derrame de óleo na parte interna do complexo estuarino antonina-paranaguá-PR.** 2004, 187 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2004.

SZINVELSKI, C. R. P. **Solução semi-analítica da equação de Langevin assintótica para o deslocamento aleatório pelo método de Picard.** 2004. 92f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Programa de Pós Graduação em Matemática Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2004.

TANNEHILL, J. C., ANDERSON, D. A., PLETCHER R. H. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer.** London: Taylor & Francis, 1997.

VARGAS, B.M., FREIRE, P.C.S., ACCETTA, D., UHRENHOLDT, T. E AMORIM, J.C.C. **Estudos de Circulação d'Água e de Dispersão de Poluentes no Complexo Lagunar Sul de Santa Catarina.** 2001. In: XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, Aracaju-SE.

VIEIRA, S.D. de M. A e. **Modelagem do transporte advectivo-difusivo da pluma de coliformes lançada pelo Canal da Passagem na Baía do Espírito Santo.** ES. 2007. Dissertação (Graduação em Oceanografia) - Departamento de ecologia e recursos naturais, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

WOLK, F. **Three-dimensional Lagrangian Tracer Modelling in Wadden Sea Areas.** 2003, 83 f. Tese - Carl von Ossietzky University Oldenburg. Hamburg, 2003.,

AGUIRRE, E., CAMPOS, E. Implementação do modelo numérico da Universidade de Princeton no estudo da circulação oceânica ao longo da costa peruana In:, Simpósio Brasileiro de Oceanografia, 3, 2006, São Paulo. **Proceedings.** RCS Copiadora, 2008. P. 491- 498.